

MODERNÍ METODIKA PRO STANOVENÍ BEZPEČNOSTI A SPOLEHLIVOSTI BETONOVÝCH KONSTRUKCÍ AN INNOVATIVE METHOD FOR SAFETY AND RELIABILITY ASSESSMENT OF CONCRETE STRUCTURES

RADOMÍR PUKL

Představený moderní koncept propojuje nelineární analýzu MKP se statistickým přístupem a vytváří tak účinný inženýrský nástroj pro stanovení bezpečnosti a spolehlivosti betonových konstrukcí. Uvedený příklad pravděpodobnostní simulace selhání a vyhodnocení spolehlivosti skutečné mostní konstrukce dokumentuje praktickou použitelnost vyvinutého komplexního programového systému. Navržený přístup doplňuje a rozšiřuje běžné normové postupy a může vést k podstatným úsporám nákladů, neboť bere v úvahu konkrétní podmínky stavby a požadavky na její spolehlivost mohou být přesněji specifikovány a vyhodnoceny. The presented concept for safety and reliability assessment of concrete structures integrates nonlinear finite element analysis with stochastic and reliability techniques into an advanced engineering tool. The feasibility of the developed complex software system is documented on numerical example of statistical failure simulation and reliability evaluation of existing concrete bridge structure. The presented approach is going beyond the boundaries of design codes and can lead to considerable cost saving as the reliability requirements can be targeted more precisely.

Rostoucí požadavky na provozní zatížení mostů spolu s omezenými prostředky na jejich opravy či zesilování se stávají celosvětovým problémem. Správné stanovení bezpečnosti a spolehlivosti stárnoucích mostních konstrukcí se stává stále důležitější otázkou v systémech pro údržbu dopravní infrastruktury. Obvyklé postupy pro vyhodnocení spolehlivosti stávajících konstrukcí jsou založeny na normových ustanoveních a různých zvláštních předpisech. Zkušenost ukazuje, že stanovení spolehlivosti konstrukce přesnějšími metodami může vést k podstatným úsporám a přináší nový náhled na údržbu mostů a s tím spojené rozhodování a administrativu [1]. Díličí metody pro využití pravděpodobnostních metod v této souvislosti jsou



široce rozpracovány a byly ověřeny v praxi [2]. Běžně používané metody pro vyhodnocení spolehlivosti konstrukce jsou však obvykle založeny na silně zjednodušeném modelu samotné konstrukce, často ve formě vzorce pro stanovení únosnosti vybraného konstrukčního prvku. Přitom pro deterministickou analýzu betonových konstrukcí jsou v současné době k dispozici programy pro podrobné řešení jejich odezvy a odolnosti založené na nelineární počítačové simulaci. Proto se nabízí myšlenka zkombinovat nelineární numerickou analýzu stavebních konstrukcí s účinnými stochastickými metodami a nabídnout tak moderní nástroj pro realistické posouzení betonové konstrukce z hlediska její bezpečnosti a spolehlivosti.

ANALÝZA KONSTRUKCE A STANOVENÍ SPOLEHLIVOSTI

Spolehlivost konstrukcí může být vypočtena ze stochasticky zjištěné odolnosti konstrukce a předpokládaného statistického rozdělení zatížení. Stochastickou odezvu lze získat opakovanou analýzou konstrukce se stochastickými vstupními parametry, které vyjadřují náhodnost a nejistotu vstupních údajů. Navržená metodika využívá pro realistické modelování odezvy a odolnos-

ti konstrukce nelineární počítačovou simulaci. Vzhledem k tomu, že nelineární analýza stavební konstrukce je velmi náročná na výpočetní kapacitu i čas, je nezbytné použít pro statistické zpracování vhodnou techniku, které postačí zvládnutelný počet simulací. Výsledkem řešení je pak odhad bezpečnosti a spolehlivosti sledované konstrukce.

Navržená metodika byla zpracována do programového systému SARA, jehož název vznikl z prvních písmen anglické charakteristiky systému – Structural Analysis and Reliability Assessment.

Systém se skládá ze čtyř hlavních částí:

- interaktivní grafické prostředí SARA Studio, zajišťující správu dat a řízení současného systému,
- nelineární simulace metodou konečných prvků ATENA,
- statistický a spolehlivostní program FReT,
- integrovaná databáze stochastických parametrů mechanických vlastností stavebních materiálů.

Tento programový systém byl několikrát úspěšně použit pro pravděpodobnostní nelineární analýzu betonových konstrukcí [3] a jeden z příkladů aplikace pro statistickou simulaci selhání a vyhodnoce-

ní spolehlivosti skutečné mostní konstrukce (obr. 1) je podrobněji uveden v závěru tohoto článku.

NELINEÁRNÍ ANALÝZA MKP

Nelineární numerickou analýzu modelované konstrukce zajišťuje program ATENA, vyvinutý firmou Červenka Consulting pro deterministickou simulaci chování betonových a železobetonových konstrukcí [4]. Tento program umožňuje modelovat chování a odezvu konstrukce až do jejího porušení – je tedy v systému SARA využit jako „pokročilá forma“ funkce poruchy konstrukce.

Nejvýznamnější roli při nelineárních výpočtech hraje konstitutivní vztah v materiálovém

bodě – materiálový model (obr. 2), který rozhoduje o tom, nakolik počítačový model vystihne skutečné chování konstrukce.

Vzhledem k tomu, že beton je složitý heterogenní materiál se silně nelineární odezvou dokonce již při provozním zatížení, jsou pro realistický výpočet odezvy betonových konstrukcí použity nelineární materiálové modely uvažující všechny důležité aspekty chování betonu v tahu i v tlaku.

Model poškozování betonu v tahu je založen na nelineární lomové mechanice v kombinaci s metodou šířky pásu trhlin a konceptem rozetřených trhlin (obr. 3). Hlavními materiálovými parametry jsou zde pevnost betonu v tahu, lomová energie a tvar funkce změkčení (křivky charakterizující velikost otevření trhliny v závislosti na zbytkovém tahovém napětí).

Skutečná diskretní trhlina je v modelu nahrazena pásem lokalizovaných poměrných přetvoření (obr. 4). Poměrné přetvoření odpovídající šířce trhliny je vztaženo k velikosti konečného prvku. Funkce změkčení v materiálovém zákonu pro model rozetřených trhlin musí být proto stanovena individuálně pro každý konečný prvek tak, aby byl zachován předepsaný vztah pro šířku otevření trhliny. Pouze takový model založený na energetické formulaci

zabezpečí objektivitu řešení a nezávislost na síti konečných prvků, což bylo potvrzeno např. ve studii [5].

Při prostorové tlakové napjatosti vykazuje beton zvýšení tlakové pevnosti v důsledku příčného sevření. Tento efekt je vystižen modelem založeným na speciální teorii plasticity s neasociovaným zákonem plastického tečení, který je použit v kombinovaném křehko-plastickém modelu betonu (obr. 5).

Řada dalších materiálových modelů je k dispozici pro modelování diskretní výztuže (včetně soudržnosti a předpětí), plošné výztuže (např. třmínků), drátkobetonu, zemin, konstrukční oceli apod. Tím je umožněna realistická simulace odezvy a porušování železobetonových a spřažených konstrukcí za uvážení všech jejich specifických vlastností.

Efektivní řešení inženýrských problémů založené na těchto materiálových modelech je doplněno grafickým prostředím, které podporuje uživatele nejen při vytváření modelu konstrukce a vyhodnocování výsledků výpočtu, ale rovněž v průběhu nelineárního řešení. Dělení konstrukce na konečné prvky pro numerickou analýzu probíhá plně automaticky s možnými upřesněními ze strany uživatele. Výztuž může být definována ve formě jednotlivých prutů či předpínacích kabelů s libo-

Obr. 1 Dálniční most v Colle d'Isarco, Brenner, Itálie

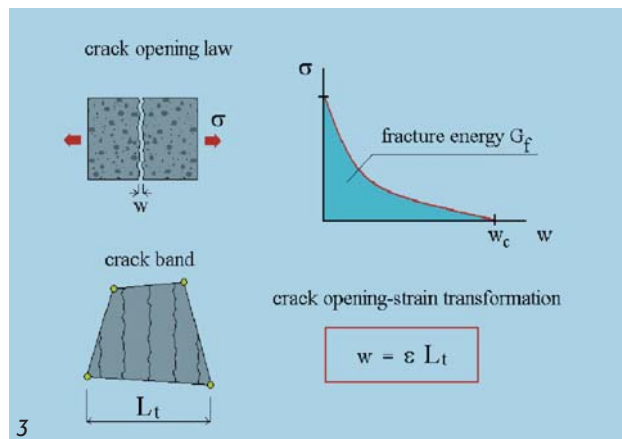
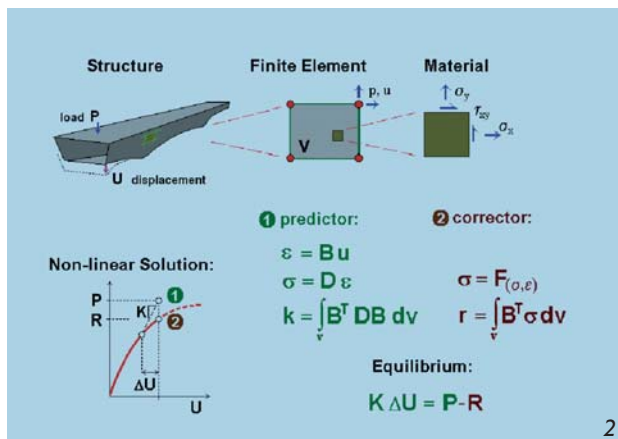
Fig. 1 Highway bridge in Colle d'Isarco, Brennero, Italy

Obr. 2 Schéma nelineární metody konečných prvků

Fig. 2 Scheme of the nonlinear finite element method

Obr. 3 Model rozetřených trhlin pro beton v tahu založený na lomové energii

Fig. 3 Smeared crack model for tensile behavior of concrete based on fracture energy

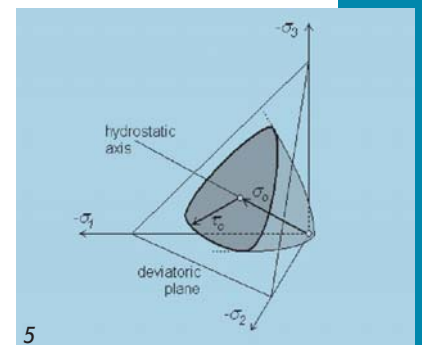
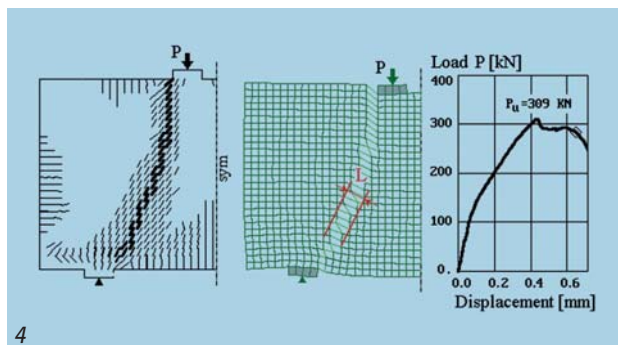


Obr. 4 Lokalizovaná trhlina – šířka pásu trhlin při výpočtu stěnového nosníku

Fig. 4 Crack band in a shear wall analysis

Obr. 5 Plocha porušení betonu při trojrozměrné napjatosti

Fig. 5 Concrete failure surface in 3D-stress state



volnou geometrií nezávislou na struktuře sítě konečných prvků, nebo procentem vyztužení a směrem výztuže ve vybrané oblasti. Konstrukce může být zatížena silovými účinky, poklesy podpor, objemovým zatížením, teplotou, smršťováním, předpětím atd. Tyto zatěžovací stavy jsou libovolně kombinovány do přírůstkových zatěžovacích stavů, které jsou iterativně řešeny pomocí pokročilých nelineárních metod (např. metodou délky oblouku).

Během výpočtu umožňuje interaktivní grafické prostředí kontrolovat a řídit proces zatěžování konstrukce, sledovat a vyhodnocovat její odezvu a porušování. Grafické zpracování výsledků po ukončení výpočtu umožňuje zobrazit a vyčíst veškeré potřebné informace o konstrukci v kterékoli fázi jejího zatěžování. Lze např. znázornit pole napětí či poměrná přetvoření na konstrukci, vyčíst jejich hodnoty v libovolném místě konstrukce, lze však také graficky znázornit vývoj a obraz trhlin a zjistit údaje o jejich šířce, znázornit průběhy napětí v jednotlivých prutech výztuže, vektorové či tenzorové znázornění vybraných veličin (hlavních napětí a poměrných přetvoření) atd. Zatěžovací diagram umožňuje vyhodnotit odezvu konstrukce na předepsanou historii zatížení, průběh jejího poškozování, vývoj deformací a mezní únosnost (odolnost), způsob porušení konstrukce i její chování po selhání (křehké nebo duktilní).

PRÁVDĚPODOBNOSTNÍ SIMULACE

Pravděpodobnostní program FReET byl vyvinut týmem spolehlivostních inženýrů z Ústavu stavební mechaniky Fakulty stavební VUT v Brně a nabízí účinné nástroje k určení statistických charakteristik odezvy konstrukce [6]. Tento program byl vytvořen speciálně s ohledem na výpo-

četně náročné problémy, které neumožňují výpočet tisíců či milionů náhodných realizací funkce poruchy. Proto je založen na stratifikované simulaci typu Monte Carlo – metodě LHS (Latin Hypercube Sampling). Realizace náhodných vstupních veličin se vybírají z předdefinovaných intervalů rozdělení pravděpodobnosti a vhodně se kombinují pro dosažení optimální efektivity výběrů. Počet realizací se přitom nezvyšuje s rostoucím množstvím náhodných veličin. Metoda LHS je velmi efektivní a dosahuje dostatečné přesnosti výsledků již při malém počtu náhodných realizací (desítky). Proto je její použití velmi vhodné v kombinaci s náročnými nelineárními výpočty. Mezi náhodnými veličinami lze uvážit statistickou závislost. Pro výpočet korelační matice je použita metoda simulovaného žíhání [7], která statisticko-iteračním způsobem optimalizuje generování realizací LHS a zajišťuje zavedení požadované korelace mezi vstupními proměnnými. Důležitou součástí stochastického výpočtu je citlivostní analýza – možnost stanovení důležitosti vstupních proměnných, tedy jak významně každá z nich ovlivňuje výsledek řešení, například odolnost sledované konstrukce. V dalším postupu řešení je pak možné zaměřit se na důležité vstupní parametry a na upřesnění jejich charakteristik.

Po provedení série výpočtů následuje statistické zpracování výsledků. Výstupem jsou statistické charakteristiky odezvy (resp. vybrané veličiny) – střední hodnota, rozptyl, kvantily apod., dále histogram a empirická distribuční funkce. Interaktivní grafické prostředí nabízí uživateli přehledné zadávání i vyhodnocování všech potřebných statistických údajů. Pro výpočet spolehlivosti konstrukce ve formě pravděpodobnosti poruchy či indexu spo-

lehlivosti se používají vhodné numerické metody.

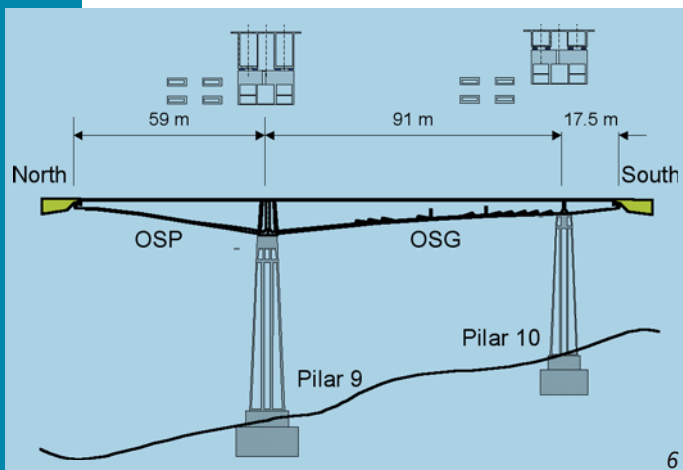
ILUSTRATIVNÍ PŘÍKLAD

Proces znáhodnění, výpočtu a vyhodnocení v systému SARA je dokumentován na příkladu stochastické simulace porušení a vyhodnocení spolehlivosti skutečné konstrukce: mostního nosníku s převisými konci o celkové délce 167,5 m z brennerské dálnice v Itálii (obr. 1 a 6). Předpjatý komorový dálniční most s proměnou výškou nosníku byl postaven v roce 1969. Na mostě byl osazen monitorovací systém pro sledování provozních vlivů na chování a stav konstrukce. Vyhodnocení naměřených dat v kombinaci se stochastickou nelineární analýzou by mělo v budoucnu sloužit pro efektivní údržbu mostu [8].

Střední pole sledovaného nosníku má rozpětí 91 m, konzoly mají délku 59 a 17,5 m. Pásnice mají šířku 10,6 m (horní pásnice) a 6 m (dolní pásnice) a tloušťku 0,2 m, celková délka analyzované konstrukce je 167,5 m. Výška komory se mění od 2,85 po 10,8 m (nad hlavní podporou). Most byl betonován na místě z betonu značky B500 a vyztužen betonářskou ocelí BST 500. Předpínací systém je tvořen 211 kabely z oceli St 1350/1500.

DETERMINISTICKÝ MODEL

Nejprve byl vytvořen deterministický počítačový model konstrukce, který byl ověřen a analyzován metodou konečných prvků. Podle dostupné projektové dokumentace byla definována geometrie konstrukce (obr. 7). Materiálové parametry byly zadány na základě projektovaných materiálových vlastností. Dále byly předepsány okrajové podmínky a historie zatížení – po předpětí kabelů a aplikaci vlastní váhy byl most zatěžován rovnoměrně rozděle-

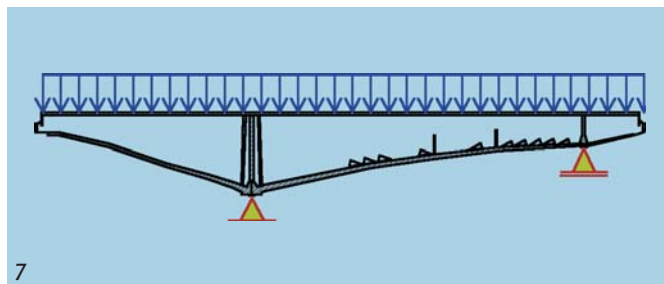


Obr. 6 Schéma řešené mostní konstrukce v Colle d'Isarco

Fig. 6 Colle d'Isarco, bridge scheme

Obr. 7 Geometrie mostu a zatěžovací schéma pro model MKP

Fig. 7 Bridge geometry and loading scheme for FE modelling



Proměnná*	Jednotky	Střední hodnota	Variační součinitel	Typ rozdělení
E_c	GPa	37	0,15	lognormální
f_t	MPa	3,26	0,18	weibullovo
f_c	MPa	42,5	0,10	lognormální
G_f	N/m	120	0,20	weibullovo
ρ	MN/m ³	0,023	0,10	normální (gaussovo)
E_s	GPa	210	0,03	lognormální
f_{ys}	MPa	500	0,05	lognormální
f_{yp}	MPa	1350	0,20	lognormální

* Označení náhodných proměnných:
Beton: E_c = Youngův modul pružnosti, f_t = pevnost v tahu, f_c = pevnost v tlaku, G_f = specifická lomová energie, ρ = specifická tíha.
Výztuž: E_s = Youngův modul pružnosti (stejný pro betonářskou i předpínací výztuž), f_{ys} = mez kluzu betonářské výztuže, f_{yp} = mez kluzu předpínacích kabelů.

Tab. 1 Statistický popis náhodných vstupních proměnných
Tab. 1 Statistical description of random input variables

Proměnná*	E_c	f_t	f_c	G_f
E_c	1	0,7	0,9	0,5
f_t	0,698	1	0,8	0,9
f_c	0,896	0,798	1	0,6
G_f	0,500	0,892	0,601	1

* Označení náhodných proměnných viz poznámky k tab. 1

Tab. 2 Korelace mezi náhodnými proměnnými
Tab. 2 Correlation of random variables

Počet vzorků	Střední hodnota kN/m	Rozptyl (kN/m) ²	Směrodatná odchylka kN/m	Variační součinitel
8	234,3	388	19,69	0,084
30	235,0	324	18,00	0,077

Tab. 3 Odhad statistických parametrů mezního zatížení
Tab. 3 Estimation of statistical parameters of the ultimate load

ným zatížením mostovky až do porušení konstrukce.

Nejdůležitější hodnoty vybrané pro vyhodnocení odezvy konstrukce se definují jako monitorované údaje – mohou to být zatěžovací síly, reakce, deformace, napětí či poměrná přetvoření ve vybraném místě modelu. V tomto případě bylo sledováno mezní zatížení mostu, způsob porušení konstrukce, průhyb uprostřed rozpětí středního pole a na krajích obou konzol. Odezva konstrukce na předepsané zatížení se nejprve vyhodnotila deterministickým výpočtem, v němž byly zadány střední hodnoty vstupních veličin.

STOCHASTICKÉ MODELOVÁNÍ

Nejistoty a náhodnost vstupních veličin jsou modelovány pomocí náhodných proměnných popsaných rozdělením hustoty pravděpodobnosti. Vstupní hodnoty z deterministického výpočtu jsou považovány za střední hodnoty příslušné proměnné.

Uživatel definuje další statistické parametry (variační součinitel, typ náhodného rozdělení) vybraných proměnných. Přitom je možno využít nabídky statistických parametrů běžných stavebních materiálů z integrované databáze.

Pro stochastickou simulaci bylo uvažováno osm náhodných veličin – materiálových parametrů betonu a předpětí kabelů. Byla uvažována statistická závislost některých náhodných veličin pomocí korelační matice. Statistické parametry uvedené v tabulce 1 byly zjištěny zčásti z integrované databáze, zčásti podle doporučení JCSS [9].

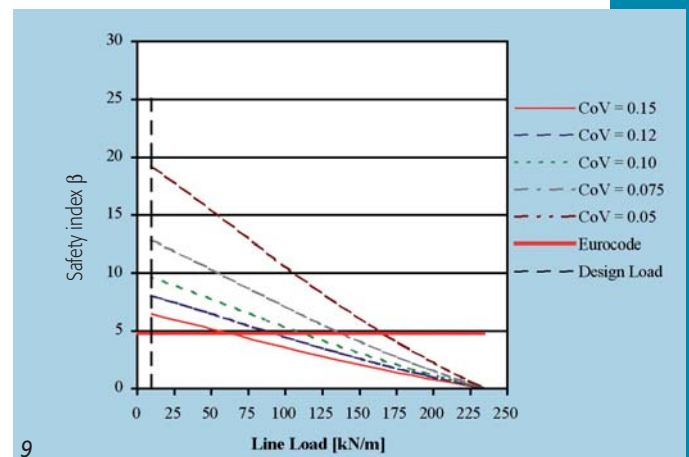
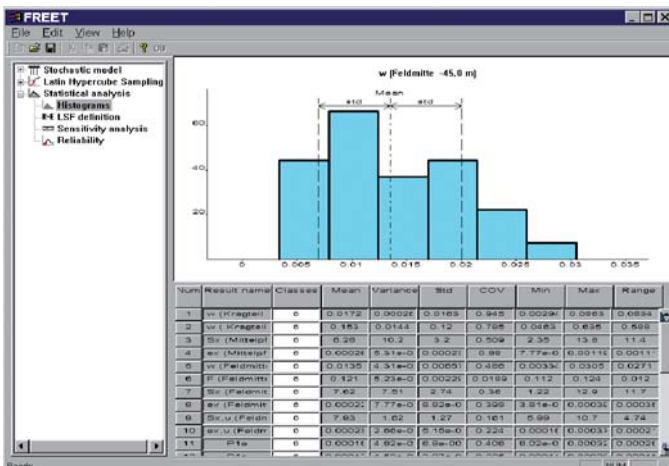
Sady vstupních parametrů pro jednotlivé vzorky jsou generovány metodou LHS podle definovaných statistických rozdělení a optimalizovány metodou simulovaného žíhání. Požadovaná korelace mezi vstupními proměnnými se zavede pomocí předepsané korelační matice. Metodou simulovaného žíhání se požadovaná korelace

vnese do vygenerovaných sad vstupních dat. Naopak při požadavku nekorelovaných vstupů se odstraní případná parazitní korelace vzniklá náhodnými permutacemi proměnných. V řešeném případě byla předepsaná korelace mezi vstupními materiálovými vlastnostmi podle pravého horního trojúhelníku matice v tabulce 2. Výsledná korelační matice vygenerovaná metodou simulovaného žíhání pro třicet vzorků je uvedena v levém dolním trojúhelníku korelační matice v tabulce 2.

Počet vzorků je třeba stanovit s ohledem na složitost a náročnost řešené úlohy a na požadovanou kvalitu očekávaných výsledků. Již několik málo vzor-

Obr. 8 Histogram průhybů uprostřed rozpětí
Fig. 8 Histogram of displacement at mid-span

Obr. 9 Index spolehlivosti konstrukce
Fig. 9 Reliability index assessment



ků může poskytnout rozumný odhad statistických parametrů odezvy konstrukce (první a druhé statistické momenty) a přijatelnou hodnotu indexu spolehlivosti. V uvedeném příkladě byly pro srovnání provedeny stochastické výpočty s osmi a třiceti vzorky.

Vygenerované vzorky se následně postupně předávají k řešení výpočetnímu programu, průběh řešení řídí a zpracovává SARA Studio. Opakovaně přitom probíhá nelineární analýza MKP po jednotlivé vzorky. Průběh každé analýzy může být sledován a kontrolován během výpočtu přímo grafickým prostředím programu ATENA, celkový přehled stochastického řešení ukazuje SARA Studio jako histogram vybraných výsledků nebo jako svazek křivek odezvy jednotlivých vzorků. Vybrané monitorované výsledky (mezni zatížení – únosnost – odolnost, průhyb, šířka trhliny atp.) jsou shromážděny a po provedení všech výpočtů jsou předány dále ke statistickému vyhodnocení.

Hlavními výsledky stochastické analýzy jsou histogramy monitorovaných veličin a odhady statistických parametrů jejich rozdělení pravděpodobnosti – střední hodnota (průměr), směrodatná odchylka, šikmost, nejhodnější typ náhodného rozdělení, a rovněž výsledky citlivostní analýzy. Příkladem je histogram průhybů uprostřed pole hlavního nosníku na obr. 8. Statistické parametry mezního zatížení (tj. odolnosti konstrukce) pro analýzu s osmi a se třiceti vzorky jsou porovnány v tabulce 3.

STANOVENÍ BEZPEČNOSTI KONSTRUKCE

Index spolehlivosti se vypočte ze střední hodnoty a směrodatné odchylky náhodného rozdělení odolnosti konstrukce a působícího užitého zatížení. Pro vyhodnocení spolehlivosti mostu Colle d'Isarco se vycházelo ze střední hodnoty odolnosti 235 kN/m a směrodatné odchylky

18 kN/m (tab. 3), případ se třiceti vzorky. Index spolehlivosti lze pak vyjádřit jako funkci střední hodnoty působícího zatížení s variačním součinitelem jako parametrem. Výsledky jsou graficky znázorněny na obr. 9. Vodorovná linie představuje hodnotu indexu spolehlivosti 4,7 odpovídající pravděpodobnosti poruchy konstrukce 10^{-6} . Svislá čárkovaná linie ukazuje návrhovou hodnotu užitého zatížení podle původního projektu. Jednotlivé křivky charakterizují spolehlivost konstrukce v závislosti na střední hodnotě užitého zatížení a jeho variačním součinitelem. Z obrázku je patrné, že při dobré znalosti variačního součinitele zatížení (a jeho dostatečně malé hodnotě) je možné konstrukci provozovat bez zvláštních opatření i při vyšší střední hodnotě užitého zatížení bez ohrožení její bezpečnosti.

Provedená studie spolehlivosti v kombinaci s probíhajícím měřením dopravního proudu a odezvy konstrukce tak umožnila optimálně naplánovat termíny a rozsah potřebné údržby a úprav konstrukce mostu pro současné i plánované provozní požadavky.

ZÁVĚR

Představený programový systém pro stanovení bezpečnosti a spolehlivosti betonových konstrukcí je připraven pro použití v inženýrské praxi. Kombinuje nelineární simulaci metodou konečných prvků s pokročilými stochastickými a pravděpodobnostními technikami do účinného nástroje, který podpoří rozhodovací procesy při údržbě a opravách mostních konstrukcí, a povede k vyšší efektivitě a úspoře nákladů při správě dopravní infrastruktury.

Ing. Radomír Pukl, CSc.

Červenka Consulting, s. r. o.

Předvoje 22, 162 00 Praha 6

tel.: 220 610 018, fax: 220 612 227

e-mail: cervenka@cervenka.cz

Literatura:

- [1] Enevoldsen I.: Experience with probabilistic-based assessment of bridges, *Structural Engineering International* 11(4), 251–260, 2001
- [2] fib Bulletin 22 Monitoring and safety evaluation of existing concrete structures, fib, Lausanne, Switzerland. ISBN 2-88394-062-2, 2003
- [3] Pukl R., Novák D., Bergmeister K.: Reliability assessment of concrete structures, *Computational modelling of concrete structures (Euro-C 2003)*, Balkema, Lisse, 793-803, 2003
- [4] Červenka V.: Simulating a Response, *Concrete Engineering International* 4(4), 45–49, 2000
- [5] Červenka V., Pukl R.: Mesh Sensitivity Effects in Smeared Finite Element Analysis of Concrete Structures, *Second International Conference on Fracture Mechanics of Concrete Structures (FRAMCOS 2)*, Aedificatio, ETH Zürich, Switzerland, 1387-1396, 1995
- [6] Novák D., Rusina R., Vořechovský M.: Small-sample statistical analysis – software FREET, 9th International conference on applications of statistics and probability in civil engineering (ICASP9), Berkeley, California, USA, 2003
- [7] Vořechovský M., Novák D.: Statistical correlation in stratified sampling, 9th International conference on applications of statistics and probability in civil engineering (ICASP9), Berkeley, California, USA, 2003
- [8] Strauss A., Bergmeister K., Santa U.: Reliability analysis of concrete structures, *Computational modelling of concrete structures (Euro-C 2003)*, Balkema, Lisse, 817–825, 2003
- [9] JCSS Probabilistic Model Code, Joint Committee on Structural Safety, 2001



Na dobové pohlednici je železobetonový obloukový most Tavanasa od Roberta Malliarta z roku 1905, který stával v horské vesničce Grisons na horním toku Rýna ve Švýcarsku. V 2. polovině 20. století ho strhla velká povodeň a byl nahrazen novým vysokým obloukovým železobetonovým mostem.